

コンデンサーの充放電

Y. Kondo

Department of Physics, Kinki University, Kowakae 3-4-1, Higashi Osaka, Japan

(Dated: May 28, 2009)

コンデンサーの充放電特性を調べ、RC回路の時定数を求める。装置の不完全さについても考察する。

I. 理論

A. オームの法則

オームの法則については1年生実験時に説明しているが、簡単に復習する。抵抗(抵抗値 R)に電流 I が流れると、抵抗の両端には電圧 $V = RI$ の電圧が生じる。抵抗の単位は V/A であるが、これをオームと呼び Ω で表す。

B. コンデンサー

まず、一枚の金属板を考えよう。ここに電荷を置いても同種の電荷は反発するので、一枚の金属板に蓄えることができる電荷は極微量である。次に、2枚の金属板を接触しないように向かい合わせに置いた電極の組を考える。この電極の一方にプラスの電荷、もう一方にマイナスの電荷を与えよう。プラスとマイナスの電荷は引きつけ合うので、一枚の金属板だけの場合に比べると大量の電荷を蓄えることができる。このように2枚の金属板を組にして、より多くの電荷を蓄えることができるように工夫した素子をコンデンサーと言う。蓄えられる電荷 Q と両金属板の間に生じる電位差 V の間には比例関係があり、その比例定数をコンデンサーの容量 C と言う。容量の単位はファラッド (F) である。

C. 過渡現象

図1のような回路を考える。最初、電池がスイッチを通じて抵抗に接続されている場合を考える。(スイッチはA側) ある時刻 $t = 0$ s にスイッチをB側に切り替えると、コンデンサーに蓄えられていた電荷が抵抗を通じ電流 $i(t)$ として流れ、次第にコンデンサーの両端の電圧 $v(t)$ は小さくなっていく。最終的にはゼロになる。各瞬間毎にオームの法則が成り立つので、

$$V(t) = Ri(t) \quad (1)$$

である。 $v(t)$ と $i(t)$ の間には

$$i(t) = -\frac{d}{dt}q(t) = -C\frac{d}{dt}V(t) \quad (2)$$

の関係があるので、式(1)は微分方程式

$$V(t) = -RC\frac{d}{dt}V(t) \quad (3)$$

と等価である。初期条件 ($V(0) = V_0$) を考慮すると

$$V(t) = V_0 \exp(-t/\tau) \quad (4)$$

が解として得られる。ここで $\tau = RC$ でRC回路の時定数と呼ばれる。

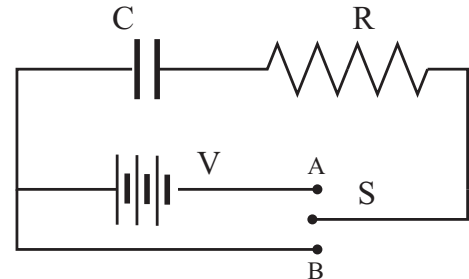


FIG. 1: コンデンサーの充放電回路

次に、最初スイッチはB側にあつて、時刻 $t = 0$ にA側に切り替える場合を考える。この場合微分方程式は

$$V_0 - V(t) = RC\frac{d}{dt}V(t) \quad (5)$$

となる。また、 $V_0 - V(t) = X(t)$ とおくことにより、解くことができる

$$V(t) = V_0(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})) \quad (6)$$

が得られる。

II. 測定

A. 実験装置および準備

図2のような装置を用いる。測定器はデジタル・テスターとストップウォッチである。コンデンサーの容量は $47 \mu\text{F}$ 、抵抗の大きさは $910 \text{ k}\Omega$ である。テスターを直流電圧を測定するモードにして、図3のように装置に接続する。



FIG. 2: コンデンサーの充放電の測定回路



FIG. 3: コンデンサーの充放電の測定回路。テスターは直流電圧測定モードにすること。

B. 実験 I : 放電

充電されたコンデンサーの放電の様子を調べる。実験手順は以下の通りである。

1. スイッチを A 側にして 3 分ほど待ちコンデンサーを充電する。コンデンサーの両端の電圧 (テスターの読み) が 1 V 以上であることを確認する。もしも、0 V であれば、スイッチは B 側にある。
2. スイッチを切り替えた瞬間を時刻 $t = 0$ として 100 s までは 5 s 毎に、以後は 10 s 毎に 250 s まで電圧を測定する。もしも、忙しすぎて 5 s 毎の測定ができない場合は、10 s 毎に測定する。
3. 通常のグラフ用紙に横軸を時刻、縦軸を電圧としてデータをプロットする。
4. 式 (4) で $t = \tau$ とすれば、 $V(\tau) = V_0/e$ である。従って最初の値の $1/e$ になる時間から時定数 τ の大きさを見積もることができる。また、与えられた抵抗値とコンデンサーの容量から RC を計算し見積もられた τ と比較せよ。
5. 片対数グラフにデータをプロットし、その傾きから時定数 τ を計算する。このとき最小 2 乗法は行わなくて良い。以下の計算を参照のこと。

$$\frac{V(t)}{V_u} = \frac{V_0}{V_u} \exp(-t/\tau)$$

$$\log_{10}(V(t)/V_u) = \log_{10}(V_0/V_u) - \log_{10}(\exp(\frac{t}{\tau}))$$

$$\log_{10}(V(t)/V_u) = \log_{10}(V_0/V_u) - \frac{t}{\tau \log_e 10}$$

ここで V_u は任意の電圧である。通常は $V_u = 1 \text{ V}$ (電圧の単位、ボルト) とする。

C. 実験 II : 充電

コンデンサーの充電の様子を調べる。実験手順は以下の通りである。

1. コンデンサーの両端の電圧が 0 V であることを確認する。もしも、0 V でなければ、スイッチを B 側にして 3 分ほど待ちコンデンサーを放電する。
2. スイッチを A 側に切り替えた瞬間を時刻 $t = 0$ として 100 s までは 5 s 毎に、以後は 10 s 毎に 250 s まで電圧を測定する。もしも、忙しすぎて 5 s 毎の測定ができない場合は、10 s 毎に測定する。
3. 通常のグラフ用紙に横軸を時刻、縦軸を電圧としてデータをプロットする。時定数 τ の大きさの推定を行うこと。
4. 片対数グラフにデータをプロットし、その傾きから時定数を計算する。ただし、得られたデータをそのままプロットしても、片対数グラフを使う意味がない。どのようなプロットを行えばよいか、考えること。式 (6) がヒントになる。
5. 得られたデータを対数プロットして充電時の時定数を求めよ。

D. 議論

充電時と放電時の時定数は同じであるべきか、異なっているべきかを各テーブル毎に議論せよ。

III. レポート

実験終了後は、返却されたレポートの修正、本実験のレポートの作成を行うこと。原則 4 時 20 分まで解散はしない。

充電時と放電時の測定から得られた時定数を結果とせよ。また、結論に、議論 IID を簡潔にまとめよ。

以下の点について考察せよ。

- 式 (2) に現れる負号の意味を考えよ。
- 式 (5) を導出せよ。
- 片対数グラフで直線を引いて時定数を求めることができる。これは何故か? また、誤差を考慮すると、その直線はどのように引くといいたらうか?
- 傾きを求めるとき、最小 2 乗法を用いなくても良いと指示されている理由を考えよ。
- 充電時と放電時の時定数が異なっている場合、その理由を考察せよ。