

# 第1章 抵抗とコンデンサーの特性

## 1.1 概要

抵抗とコンデンサーに流れる電流について調べる。特に、コンデンサーの充電と放電と交流に対する振る舞いに注目する。また、通常のグラフ用紙だけでなく、片対数グラフと両対数グラフ用紙の使用法を学ぶ。

## 1.2 理論

### 1.2.1 オームの法則

導体内には自由に動くことのできる電荷が存在するので、もしも電場が一定に保たれるならば電荷の移動が継続する = 「電流」が得られる。時間的に変化しない電流を「定常電流」と言う。

電流の強さを単位時間内に通過する電荷の総量によって表し、その単位をアンペアと呼び  $A$  と略記する。電荷の単位クーロン  $C$  は  $1 A$  の電流が流れている時に毎秒通過する電荷の量として定義される。

針金の両端に一定の電圧  $V$  を与えると定常電流  $I$  が得られる。

定常電流は電圧に比例する。 = オームの法則

この時の比例定数を抵抗と呼び、記号としては  $R$  を通常用いる。すなわち、

$$V = RI \quad (1.1)$$

となる。抵抗の単位は  $V/A$  であるが、これをオームと呼び  $\Omega$  で表す。

### 1.2.2 コンデンサー

まず、一枚の金属板を考えよう。ここに電荷を置いても同種の電荷は反発するので、一枚の金属板に蓄えることができる電荷は極微少である。次に、2枚の金属板を接触しないように向かい合わせに置いた電極の組を考える。この電極の一方にプラスの電荷、もう一方にマイナスの電荷が与えよう。プラスとマイナスの電荷は引きつけ合うので、一枚の金属板だけの場合に比べると大量の電荷を蓄えることができる。このように2枚の金属板を組にして、より多くの電荷を蓄えることができるように工夫した素子をコンデンサーと言う。蓄えられる電荷  $Q$  と両金属板の間に生じる電位差  $V$  の間には比例関係があり、その比例定数をコンデンサーの容量  $C$  と言う。容量の単位はファラッド (F) である。

コンデンサーに流入する電流  $i(t)$  とコンデンサーに現れる電圧  $v(t)$  の間には

$$i(t) = \frac{d}{dt}q(t) \quad (1.2)$$

を通じて

$$i(t) = C \frac{d}{dt}v(t) \quad (1.3)$$

の関係がある。

### 1.2.3 過渡現象

下図のような回路を考える。スイッチを閉じて（電流が流れ始めて）からしばらくはコンデンサーに蓄えられた電荷は小さいので、電池の起電力のほとんどが抵抗にかかる。時間が経つにつれて、コンデンサーの電荷、すなわちコンデンサーの両端の電圧が大きくなる。それにつれて、抵抗にかかる電圧は減少し、回路を流れる電流  $C \frac{d}{dt}v(t)$  も減る。数式で表すと、

$$V - v(t) = RC \frac{d}{dt}v(t) \quad (1.4)$$

となる。

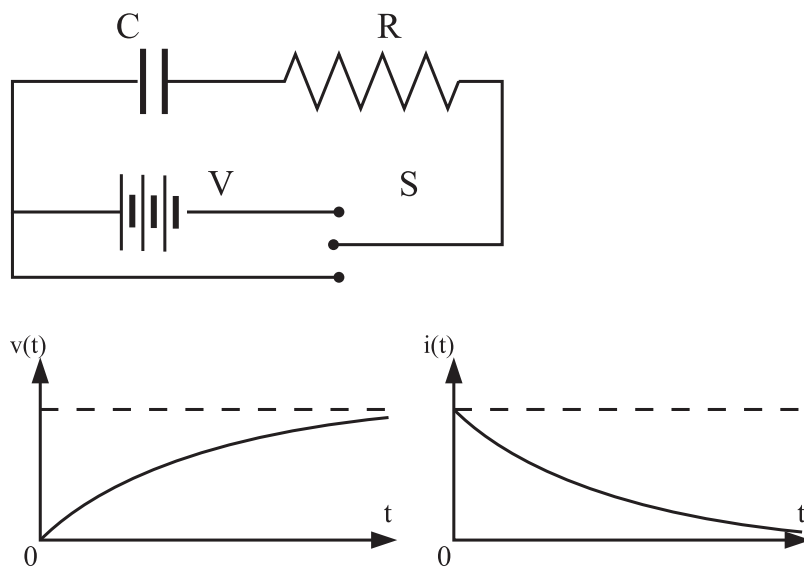


図 1.1: コンデンサーの充電

$V - v(t) = X(t)$  とおくと上式は

$$X(t) = -RC \frac{d}{dt}X(t)$$

↓ 変形すると

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{RC}dt &= \frac{dX(t)}{X(t)} \\
&\downarrow \text{両辺を積分すると} \\
c_1 - \frac{t}{RC} &= \log X(t) \\
&\downarrow \text{両辺の指数をとると} \\
\exp(c_1 - \frac{t}{RC}) &= X(t) \\
&\downarrow X(t) = V - v(t) \text{を思い出すと} \\
\exp(c_1 - \frac{t}{RC}) &= V - v(t)
\end{aligned}
\tag{1.5}$$

ここで、時刻  $t = 0$  では  $v(t) = 0$  であることより、

$$\exp(c_1) = V \tag{1.6}$$

であることがわかる。よって最終的には以下の式が得られる。

$$v(t) = V(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})) \tag{1.7}$$

$\tau = RC$  をこの回路の「時定数」と言う。

#### 1.2.4 交流に対する抵抗とコンデンサーの応答

時間的に  $v(t) = v_0 \cos \omega t$  で振動する起電力を「交流起電力」と言う。ここで、 $\omega$  は「角周波数」、 $f = \omega/2\pi$  を「周波数」と言う。以下に抵抗  $R$  とキャパシター  $C$  に流れる交流電流を考える。

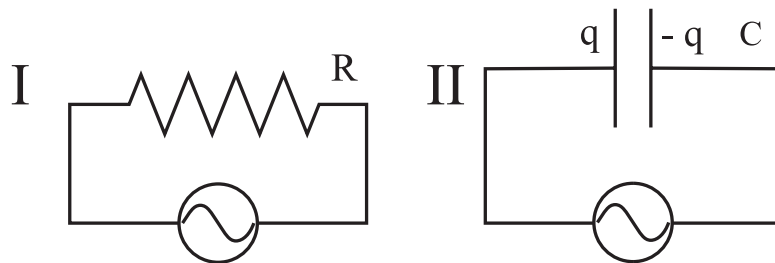


図 1.2: 交流回路。(I) 抵抗と (II) コンデンサー

I 抵抗: 各瞬間毎にオームの法則が成り立つから、回路に流れる電流  $i(t)$  は  $v(t) = v_0 \cos \omega t = Ri(t)$  である。よって、

$$i(t) = \frac{v_0}{R} \cos \omega t \tag{1.8}$$

となる。

II キャパシター：交流起電力  $v(t)$  とキャパシターの両端の電圧を加えるとゼロになるので、

$$v(t) + q(t)/C = 0 \quad (1.9)$$

である。すなわち、 $q(t) = -Cv(t)$  である。次に、コンデンサーに流れる電流と蓄えられている電荷の関係  $i(t) = \frac{d}{dt}q(t)$  を思い出すと、

$$i(t) = C \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{d(-v_0 \cos \omega t)}{dt} = v_0 \omega C \sin(\omega t) \quad (1.10)$$

となる。特に電流の最大値  $i_0$  に注目すると

$$i_0 = v_0 \omega C \quad (1.11)$$

となり、コンデンサーの交流電流に対する抵抗（インピーダンス）の大きさは  $1/(\omega C)$  であることが分かる。

## 1.3 測定

実験装置としては高感度な電圧計を用いて測定を行う。交流の実験を行う場合には低周波発信器も用いる。

### 1.3.1 実験 1：コンデンサーの充放電

#### 測定

理論の節で議論したコンデンサーの充放電を実際に測定してみよう。最初に、充電の様子を測定する。実験の手順は以下の通りである。

- I 電池（4.5 V）と 2 個のスイッチ SW1、SW2、抵抗 R、コンデンサー C、電圧計を図のように接続する。
- II 電圧計は測定開始前に電源をオンにしておき、SW2 を閉じて指針が 0 V を示すように ZERO ADJ つまみを調整する。測定レンジは DC10 V とする。
- III SW1 を A 側に倒しておき SW2 を数秒間閉じて C の電荷を放電させる。SW2 を開いても電圧計の指示が 0 V であることを確認せよ。
- IV 時間計測担当者と電圧計の指示を読みとる担当者を決める。
- V SW2 を開いた後、SW1 を B 側に倒す。この瞬間を時刻 0 として時間計測担当者が時間を測りはじめる。一定時間毎に時間計測担当者が合図をして、その瞬間の電圧計の指示を電圧計担当者が読みとる。測定時間の間隔は適当な値に各自設定すること。

充電が終わったら、同様に放電の様子を測定しよう。手順は各自検討すること。

## データの解析

スイッチを切り替えた瞬間からの時間と測定したコンデンサーの両端の電圧を通常のグラフ用紙にプロットしよう。充電の場合と放電の場合をそれぞれグラフにする。理論の節にあるようなグラフが得られるだろうか？

次に、同じデータを片対数グラフ用紙にプロットしよう。この時、測定した電圧を対数軸に、時間を線形軸にプロットする。放電の片対数グラフで測定点を通る直線を引いて時定数を求めよう。

レポートでは以下の点について考察せよ。

- 片対数グラフで直線を引いて時定数を求めることができる。これは何故か？また、誤差を考慮すると、その直線はどのように引くといいだろうか？
- この測定の場合の片対数グラフ用紙の利点は何か？

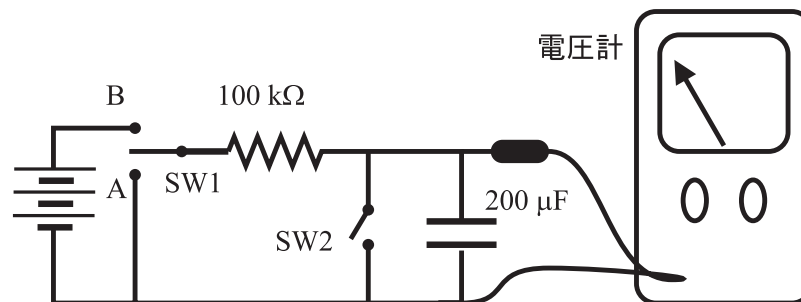


図 1.3: コンデンサーの充放電の測定回路

### 1.3.2 実験 2 : コンデンサーのインピーダンスの周波数依存性

実験の前に

実験 1 で確かめたように、コンデンサーは過渡的にしか直流電流を流さない。ところが、時間的に電圧が変化するような "電池" にコンデンサーを接続するとコンデンサーは電流を流すことができる。このことをコンピュータシミュレーションを用いて確かめてみよう。

インターネットに接続されたコンピュータで、

[http://163.51.52.40/users/kondo/virtual\\_lab/japanese/rc/rc-jp.html](http://163.51.52.40/users/kondo/virtual_lab/japanese/rc/rc-jp.html)

にアクセスする。図のようなページが現れる。

まず、実験 1 で行った実験が再現できることを確認せよ。この時に、画面中央のスイッチを動かさないと最終的には電流が流れなくなることに注意すること。すなわち、コンデンサーは直流電流を流せない。

次に、中央のスイッチを閉じたり、開いたりを続けてみよう。（これは時間的に起電力が変動する電源にコンデンサーを接続することに対応している。）この時には、どんなに長時間この操作を続けても電流が流れなくなることはない。すなわち、時間的に変動する起電力に接続されたコンデンサーは電流を流し続けることができる。

次の実験では交流起電力に接続されたコンデンサーが電流を流すことを確かめる。しかも、その ” 抵抗 ” は理論の節で議論したように周波数に依存する。

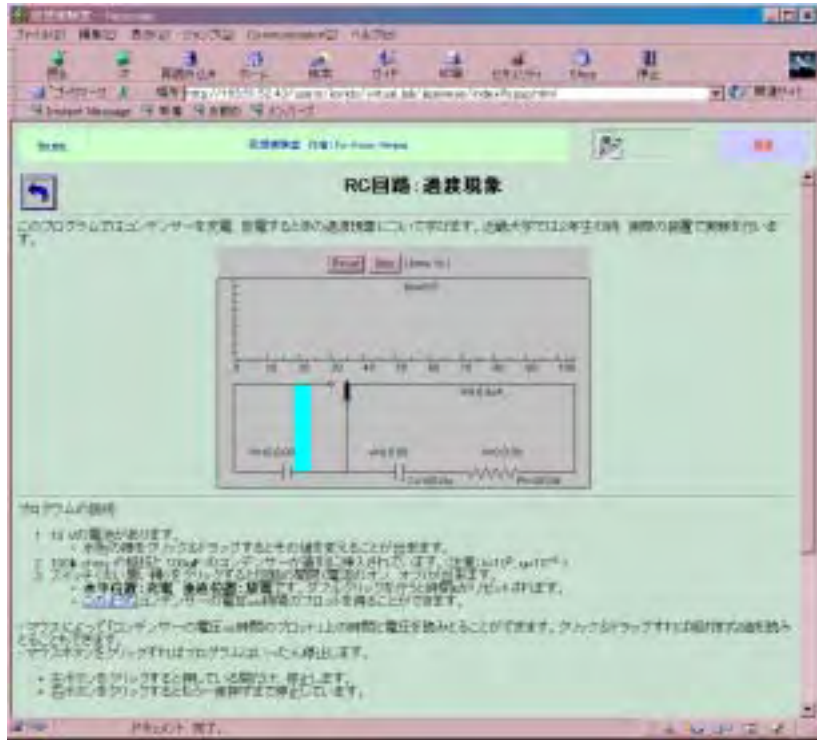


図 1.4: 仮想実験室のコンデンサーの充放電の ” 実験 ”

測定

実験の手順は以下の通りである。

- I 測定回路を低周波発信器に直接接続する。回路図を参照。この時プラスとマイナスを間違えないように注意すること。測定回路を低周波発信器に取りつける際には必ずバナナ端子を押さえて行うこと。さもないと無理な力がかかって、装置が壊れる恐れがある。
- II 電圧計のプローブを測定回路に接続する。この時、黒いワニ口クリップはプローブのワニ口クリップに、赤いワニ口クリップは測定棒を挟むようにする。
- III 低周波発信器の電源をオンにして、出力を最大（スイッチは 0 db、ボリュームは出力最大の位置）にする。周波数は 100 kHz にセットする。

IV 電圧計はSW を閉じた時に指針が0 V を示すように ZERO ADJ つまみを調整する。測定モードはAC で測定レンジは最高感度の0.03 V にする。

V SW を開いて電圧計の指示を読む。この値が100 kHz の時のコンデンサーの両端に現れる電圧である。

VI 次に周波数を50, 20, 10, 5, 2, 1 kHz そして500, 200, 100, 50, 20, 10 Hz に変えて同様な手順で測定を行う。必要ならば電圧計のレンジを変えたり、ゼロ調整を行うこと。

## データの解析

コンデンサーと直列に接続された高抵抗(82 k $\Omega$ )のため、測定する周波数範囲(10 Hz 以上)に渡って、回路を流れる電流の最大値はほぼ一定であると考えることができる。

周波数と測定したコンデンサーの両端の電圧を通常のグラフ用紙にプロットしよう。次に、同じデータを両対数グラフ用紙にプロットしよう。コンデンサーのインピーダンス(正確にはその大きさ)は本当に周波数に反比例してるだろうか？

レポートでは以下の点について考察せよ。

- 回路を流れる電流の最大値が周波数に依らず、ほぼ一定になるのは何故か？
- もしも、実測したインピーダンスが周波数に反比例していない場合はその原因を考察せよ。
- この測定の場合の両対数グラフ用紙の利点は何か？

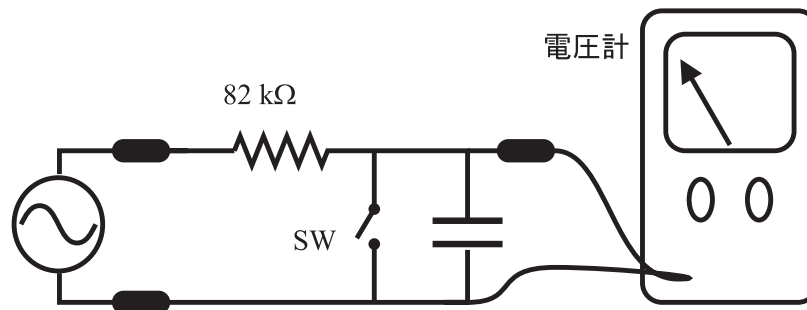


図 1.5: コンデンサーのインピーダンスの周波数依存性を調べる回路